**Вопросы к экзамену по СММиФ**

**Линейные пространства**

1. Определение линейного пространства. Примеры.
2. Свойства линейного пространства.
3. Определение линейного подпространства. Примеры.
4. Линейная зависимость и независимость векторов линейного пространства. Размерность и базис линейного пространства.

**Элементы функционального анализа**

1. Определение метрического пространства. Примеры.
2. Определение полного метрического пространства. Примеры.
3. Определение нормированного пространства. Примеры.
4. Определение евклидова пространства. Примеры.
5. Неравенство Коши-Буняковского.
6. Угол между векторами евклидова пространства. Ортогональный и ортонормированный базисы.
7. Процесс ортогонализации Грама-Шмидта.
8. Определение гильбертова пространства. Примеры.

**Линейные преобразования**

1. Определение линейного преобразования. Матрица, ранг и дефект линейного преобразования.
2. Связь между координатами вектора и его образа. Область значений и ядро линейного преобразования.
3. Матрица перехода от базиса к базису. Преобразование координат вектора.
4. Зависимость между матрицами одного и того же преобразования в различных базисах.
5. Характеристический многочлен линейного преобразования. Теорема о неизменности характеристического многочлена линейного преобразования в различных базисах.
6. Характеристическое уравнение и характеристические числа линейного преобразования. Нахождение характеристических чисел линейного преобразования.
7. Определение собственного вектора линейного преобразования и его свойства.

**Обобщенные ряды Фурье**

1. Определение основной тригонометрической системы функций и ее ортогональность.
2. Теорема о нахождении коэффициентов тригонометрического ряда Фурье.
3. Теорема Дирихле.
4. Ряд Фурье для четных и нечетных функций.
5. Разложение в ряд Фурье функций, заданных на промежутке .
6. Ряд Фурье для функций с произвольным периодом.
7. Комплексная форма ряда Фурье.
8. Интеграл Фурье. Косинус- и синус-преобразования Фурье.
9. Комплексная форма преобразования Фурье. Преобразование Фурье.
10. Обобщенные ряды Фурье.
11. Многочлены Лежандра, их ортогональность и норма.

**Решение задач математической физики**

1. Дифференциальные уравнения в частных производных второго порядка. Основные понятия и определения. Классификация уравнений в частных производных второго порядка.
2. Уравнение малых поперечных колебаний струны. Граничные и начальные условия. Задача Коши. Краевая задача.
3. Метод Даламбера решения задачи Коши свободных колебаний однородной неограниченной струны.
4. Метод Фурье решения краевой задачи свободных колебаний однородной струны с закрепленными концами.

**Эйлеровы функции и их приложения**

1. Бета функция. Определение. Непрерывность и дифференцируемость бета функции. Свойства.
2. Гамма функция. Определение. Непрерывность и дифференцируемость гамма функции. Свойства.

**Дифференциальные уравнения и функции Бесселя. Их приложения**

1. Уравнение Бесселя. Вывод функций Бесселя первого рода.
2. Вывод формулы для вычисления функции Бесселя .
3. Вывод формулы для вычисления функции Бесселя .
4. Вывод рекуррентного соотношения для функций Бесселя первого рода.
5. Вывод соотношений о дифференцировании функции Бесселя.

**Применение преобразования Лапласа и преобразования при решении задач**

1. Определение решетчатой функции. Примеры.
2. Определение ****преобразования решетчатой функции. Теорема об аналитичности ****преобразования.
3. Свойство запаздывания аргумента решетчатой функции.
4. Свойство опережения аргумента решетчатой функции.
5. Свойство подобия для решетчатой функции.
6. Свойство дифференцирования ****преобразования.
7. Определение свертки двух решетчатых функций. Свойство о свертке решетчатых функций.
8. Восстановление решетчатой функции по ее ****преобразованию двумя способами.
9. Определения конечной разности первого, второго и го порядков. Определения разностного уравнения го порядка и его решения.
10. Линейное разностное уравнение го порядка. Задача Коши и алгоритм ее решения.

**Элементы вариационного исчисления**

1. Функционал и его экстремаль.
2. Основная лемма вариационного исчисления.
3. Необходимое условие существования экстремали функционала. Уравнение Эйлера-Лагранжа.
4. Частные случаи уравнения Эйлера-Лагранжа.

**Элементы операционного исчисления**

1. Определение оригинала. Примеры.
2. Определение изображения оригинала. Теорема об аналитичности изображения.
3. Свойство подобия для оригинала.
4. Свойство смещения для оригинала.
5. Свойство запаздывания аргумента оригинала.
6. Свойство опережения аргумента оригинала.
7. Свойство о дифференцировании изображения.
8. Свойство о дифференцировании оригинала.
9. Свойство об интегрировании изображения.
10. Свойство об интегрировании оригинала.
11. Определение свертки двух оригиналов. Свойство о свертке двух оригиналов.
12. Нахождение оригинала по его изображению двумя способами.
13. Приложения операционного исчисления к решению дифференциальных уравнении.